

Paweł Laskoś

I rok fizyki ogólnej

poniedziałek, 10:30-12:45

30 maja 2005

prowadzący: dr Maria Błaszczyszyn

Ćwiczenie 4

Wyznaczanie modułu sztywności metodą statyczną

Przyrządy pomiarowe:

- Śruba mikrometryczna – dokładność pomiaru $\Delta h = 0,01\text{mm}$, błąd zera $+0,01\text{mm}$
- Taśma miernicza – dokładność pomiaru $\Delta l = 1\text{mm}$
- Tarcza z podziałką kątową – dokładność pomiaru $\Delta\alpha = 0,5^\circ$

Uwaga: zaparafowany oryginał zapisów pomiarów – w załączniku.

Pomiar średnicy pręta [mm], 10 serii:

2,47	2,53	2,52	2,52	2,52	2,47	2,48	2,48	2,51	2,48
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Pomiar długości pręta $l = 984\text{mm}$

Tabela wychyleń tarczy przy zmniejszonym i zwiększonym obciążeniu:

$m[\text{g}]$	$\alpha_\uparrow[^\circ]$	$\alpha_\downarrow[^\circ]$
0	191,5	192,5
10	196,0	196,5
20	199,5	200,5
30	203,5	204,5
40	206,0	207,5
50	210,5	211,5
60	214,5	215,5
70	218,0	219,0
80	221,5	222,5
90	225,0	227,0
100	230,0	231,0
110	233,0	234,0
120	236,5	237,0

Wyniki: $G = 15,23(23) \cdot 10^{10}\text{Pa}$

Opis teoretyczny

Poszczególne ciała stałe wykazują różne skutki działań mechanicznych, takich jak rozciąganie, ściskanie, skręcanie, ścinanie itp. Do ilościowego opisu odkształceń aparat fizyczny używa szeregu stałych materiałowych, w tym *modułu Younga*, oraz interesującego nas w tym doświadczeniu *modułu sztywności* (z postaci tensorowej *prawa Hooke'a*, podstawowego prawa odkształceń mechanicznych, wynika istnienie 36 współczynników).

Prawo Hooke'a dla odkształceń kątowych przybiera postać

$$p = G\alpha$$

gdzie p – naprężenie kątowe w punkcie, α – odkształcenie postaciowe w punkcie. W naszym przypadku $p = \frac{2F}{\pi r^2}$ – para sił F skręcająca pręt o promieniu r , zaś $\alpha = \frac{\phi}{l}$ gdzie ϕ to obrót płaszczyzny oddalonej od zamocowanego końca pręta o l . Ponieważ różnie oddalone od osi warstwy pręta odkształcają się o różne kąty, utożsamiamy $\alpha = \bar{\alpha} = \frac{\phi r}{2l}$. Po podstawieniu i przekształceniu otrzymamy

$$M = 2Fr = \frac{\pi Gr^4}{2l} \phi$$

gdzie M jest momentem sił skręcającym pręt.

Opis doświadczenia

Układ pomiarowy stanowi kolumna, do której zamocowano pionowo pręt stalowy, z dołu zakończony tarczą z podziałką kątową, zablokowaną śrubą aretującą. Do tarczy przymocowane są za pomocą żyłek i bloczków dwie szalki, na które nakładać można 10- i 20-gramowe ciężarki. Po zmierzeniu grubości i długości pręta (pomiar długości wykonano tylko raz, gdyż z powodu dużej sztywności stalowej taśmy mierniczej i niedogodnego do pomiarów zamocowania pręta więcej pomiarów nie miałyby sensu) wypionowano kolumnę i odaretowano śrubę. Dla wymienionych w tabeli mas zawieszonych na szalkach odczytano wychylenie tarczy po ustaleniu się wskazania. Moment siły z powyższego wzoru ma zatem wartość $M = 2mgR$, gdzie R to promień tarczy, a m – masa zawieszonych na szalce ciężarków. Zatem ostateczny wzór służący do wyznaczenia G to

$$\phi = \frac{4lgR}{\pi r^4 G} m = \frac{64lgD}{\pi d^4 G} m,$$

gdzie $d, D = 200\text{mm}$ to średnice odpowiednio pręta i tarczy. G wyliczone zostanie z współczynnika kierunkowego prostej $\phi(m)$.

Opracowanie wyników pomiarów

Średnia wartość grubości pręta (już po korekcji na błąd zera śruby), długości pręta i ich niepewności standardowe wynoszą

$$d = 2,5080 \quad u(d) = 0,0076 \quad l = 984 \quad u(l) = 0,58[\text{mm}].$$

Prosta regresji dopasowana do punktów pomiarowych ma współczynniki

$$a = 0,3740 \quad u(a) = 0,0036[^\circ \text{g}^{-1}] \quad b = 192,35 \quad u(b) = 0,25[^\circ]$$

Zatem

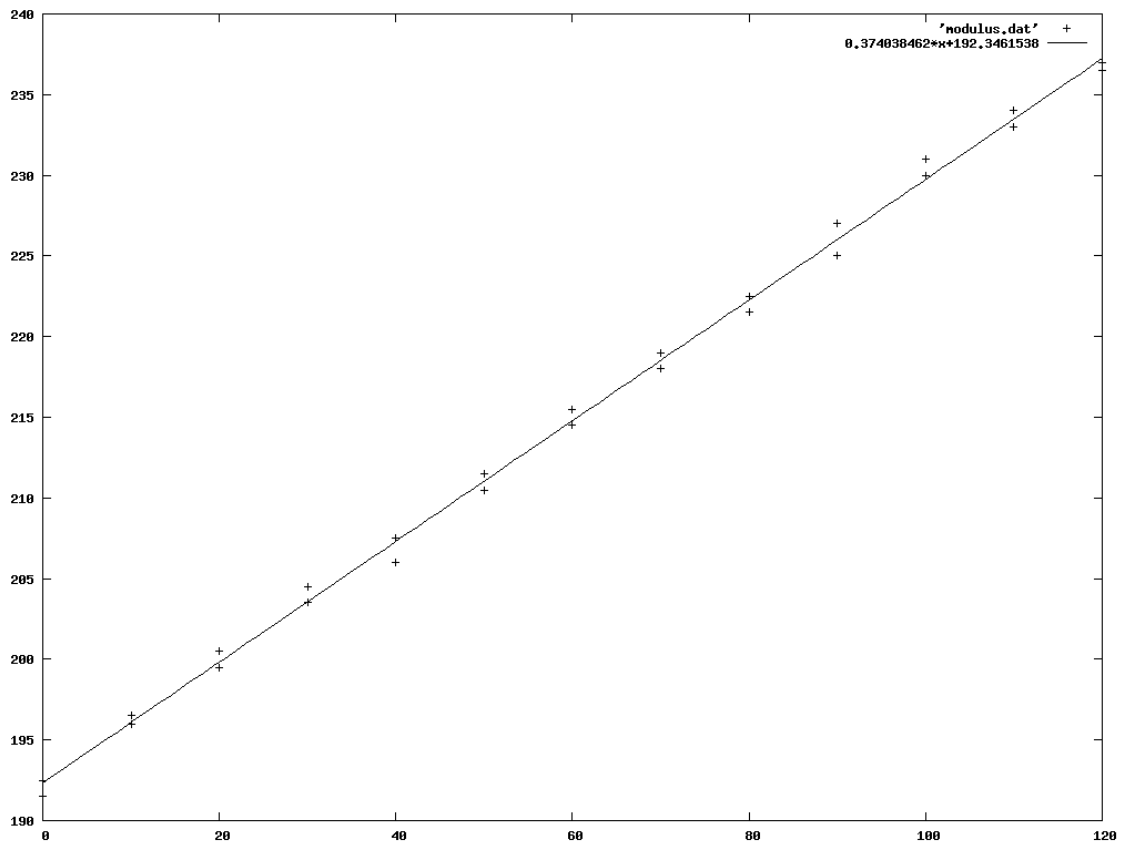
$$G = \frac{64gD}{\pi} \frac{l}{ad^4} = 15,23 \cdot 10^{10}[\text{Pa}]$$

oraz

$$u(G) = \frac{64gD}{\pi} \sqrt{\left(\frac{u(l)}{ad^4}\right)^2 + \left(\frac{lu(a)}{a^2d^4}\right)^2 + \left(\frac{4lu(d)}{ad^5}\right)^2} = 0,23 \cdot 10^{10}[\text{Pa}]$$

już po sprowadzeniu jednostek do układu SI.

Poniższy wykres przedstawia zależność $\phi[^\circ](m[\text{g}])$ i prostą regresji.



Wnioski

Choć rząd wielkości otrzymanego wyniku zgadza się ze średnią tablicową wartością modułu sztywności dla stali (81GPa), choć jest ona prawie dwukrotnie mniejsza niż wynik doświadczenia. Do tak dużej rozbieżności przyczyniły się z pewnością takie czynniki jak zużycie materiałowe pręta (w widoczny sposób jego kształt odbiegał od prostoliniowego, także domniemana niestała grubość), które w znaczący sposób może wpływać na jego własności elastyczne.

Ponadto zastrzeżenia budzi niemożność dokładnego wykonania pomiaru długości pręta i nieuniknione wstrząsanie niestabilnym stołem, na którym ustawiono układ pomiarowy; tym niemniej największe znaczenie należy przypisywać spaczonej metodzie pomiaru wychylenia kątownego tarczy. Gdy obserwator chciał spojrzeć na nacięcie na pryzmacie znaczące aktualne wskazanie skali kątownej tak, by błąd paralaksy był jak najmniejszy, pole widzenia przesłaniał pręt tak, że nacięcie przestawało być widoczne. Ponadto duże oddalenie pryzmatu od tarczy sprawiało, że nie sposób było dokładnie porównać położenia nacięcia pryzmatu z podziałką skali.