

## Ćwiczenie 10

## Siły bezwładności w układzie obracającym się

Przyrządy pomiarowe:

- Suwmiarka, dokładność pomiaru  $\Delta l = 0,05\text{mm}$
- Stoper, dokładność pomiaru  $\Delta t = 0,01\text{s}$

*Uwaga: zaparafowany oryginał zapisów pomiarów, oraz zapis śladów kul – w załączniku.*

Pomiar średnicy kulki stalowej (3 serie, nie wykazały rozrzutu):  $d = 2,460\text{cm}$

Pomiar 20 okresów obrotu przy różnych prędkościach kątowych tarczy:

$$20T_1 = 109,75\text{s} \quad 20T_2 = 56,31\text{s} \quad 20T_3 = 23,12\text{s}$$

Odczytane z siatki współrzędnych biegunowych zależności  $r_i(\phi[^\circ])[\text{cm}]$ :

$\phi$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55
$r_1$	3,5	8									
$r_2$	3	6	9								
$r_3$	2	4,5	6,5	9							
$r_4$		3	4,25	5,75	6,75	8	9,25				
$r_5$		3	4,5	6	7,5	9					
$r_6$		2	3	4	5	6	6,75	7,5	8,25	9	9,75

## Opis teoretyczny

W fizyce wyróżniamy dwa rodzaje *układów odniesienia*: *inercyjne* i *nieinercyjne*. Z definicji w pierwszych obowiązują zasady dynamiki Newtona. W drugich, by zasady te obowiązywały, należy wprowadzić urojone siły, zwane *siłami bezwładności*. Układy nieinercyjne poruszają się względem inercyjnych z pewnym przyspieszeniem; jeśli ruch ten jest wyłącznie postępowy, to przyspieszenie bezwładności wyraża się prosto – jest równe co do wartości przyspieszeniu układu, lecz ma przeciwny zwrot.

Przyspieszenie działające na punkt materialny w ruchu obrotowym na płaszczyźnie wokół ustalonej osi można wyliczyć różniczkując wzór

$$\mathbf{r} = \mathbf{u}_r r$$

zakładając, że wszystkie wartości są zmienne. Po jednokrotnym różniczkowaniu i podstawieniu  $\frac{d\mathbf{u}_r}{dt} = \mathbf{u}_\theta \omega$  otrzymujemy

$$\mathbf{v} = \mathbf{u}_r v + \mathbf{u}_\theta \omega r$$

gdzie  $v = \frac{dr}{dt}$  jest składową radialną, a  $\omega r$  – tangencjalną prędkości. Kolejne różniczkowanie oraz podstawienia  $\frac{d\mathbf{u}_\theta}{dt} = -\mathbf{u}_r \omega$  i poprzednie dają nam zależność

$$\mathbf{a} = \mathbf{u}_r (a - \omega^2 r) + \mathbf{u}_\theta (\alpha r + 2\omega v)$$

jeśli  $a = \frac{dv}{dt}$  jest przyspieszeniem radialnym, zaś  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$  – kątowym ciała. Znaczenie pierwszego i trzeciego składnika jest jasne, pozostałe oznaczają przyspieszenia bezwładności: drugi to *przyspieszenie odśrodkowe*, zaś czwarte – *przyspieszenie Coriolisa*, nazwane tak od nazwiska francuskiego badacza ruchów na powierzchni Ziemi. Jego pochodzenie wytłumaczyć można faktem, że gdy obiekt zmienia swą odległość od osi obrotu, to choć prędkość kątowa pozostaje niezmienną, to tangencjalna prędkość liniowa zmienia się. Powyższe rozważania przeprowadzono dla przypadku dwuwymiarowego, ale w przypadku trójwymiarowym pozostaje w mocy wektorowa zależność

$$\mathbf{a}_{cor} = 2\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}.$$

Efekt Coriolisa w środowisku naturalnym obserwować można wyłącznie dla procesów długotrwałych, ponieważ prędkość kątowa Ziemi jest niewielka. I tak przekonujemy się, że na półkuli północnej rzeki meandrują podmywając silniej prawe brzegi (tj. zakręcają w lewo), bardziej ściera się asfalt po prawej stronie jezdni, zaś na półkuli południowej efekty te są przeciwne. Podobnie wszelakie wiry płynów (nize, wyże, cyklony, a nawet odpływ wody w wannie) są przeciwieście skierowane na obu półkulach.

## Opis doświadczenia

Układ doświadczalny stanowi pozioma tarcza napędzana silnikiem elektrycznym, o regulowanej prędkości kątowej. Na brzegu tarczy znajduje się równia pochyła wraz z urządzeniem pozwalającym w czasie ruchu tarczy zwalniać stalową kulkę z trzech różnych poziomów. Na tarczy kładzie się papier i kalkę, tak, że tocząca się po tarczy kulka pozostawia ślad. Po wypoziomowaniu urządzenia zwolniono kulkę sześciokrotnie przy różnych prędkościach kątowych tarczy i różnych poziomach (najwyższy –  $h_1 = 4,65\text{cm}$ ,  $R_1 = 18,5\text{cm}$  – krzywe 1, 3, 5; najniższy –  $h_2 = 2,75\text{cm}$ ,  $R_2 = 10,75\text{cm}$  – krzywe 2, 4, 6, gdzie  $R_i$  to odległość położenia początkowego od osi obrotu). Ślady przez nią pozostawiane to *spirale Archimedesy*, czyli krzywe o równaniu  $r = \frac{v_0}{\omega} \phi$ . Za pomocą siatki współrzędnych biegunowych odczytano współrzędne punktów krzywych, z dokładnością  $\Delta r = 0,25\text{cm}$ ,  $\Delta \phi = 5^\circ$ .

## Opracowanie wyników pomiarów

Wykresy stabelaryzowanych wyżej zależności  $r_i(\phi)$  znajdują się na końcu tego sprawozdania. Pierwszy wykres przedstawia  $r_1, r_2$ , które odnotowane zostały przy prędkości kątowej  $\omega_1 = \frac{40\pi}{20T_1} = 1,145\text{s}^{-1}$ , drugi –  $r_3, r_4$  dla  $\omega_1 = \frac{40\pi}{20T_2} = 2,232\text{s}^{-1}$ , trzeci zaś –  $r_5, r_6$  dla  $\omega_1 = \frac{40\pi}{20T_3} = 5,435\text{s}^{-1}$ . Współczynniki kierunkowe odpowiednich prostych regresji to

$$\begin{array}{ll} a_1 = 0,9 & a_2 = 0,6 \\ a_2 = 0,46 & a_4 = 0,249 \\ a_5 = 0,3 & a_6 = 0,171[\text{cm}^\circ^{-1}] \end{array}$$

Skoro  $a = \frac{v}{\omega}$ , to po wymnożeniu powyższych współczynników przez odpowiadające im wartości  $\omega$  (i zamianie jednostek) otrzymamy następujące prędkości początkowe:

$$\begin{array}{ll} v_1 = 0,59 & v_2 = 0,393 \\ v_3 = 0,588 & v_4 = 0,318 \\ v_5 = 0,934 & v_6 = 0,533[\text{m s}^{-1}] \end{array}$$

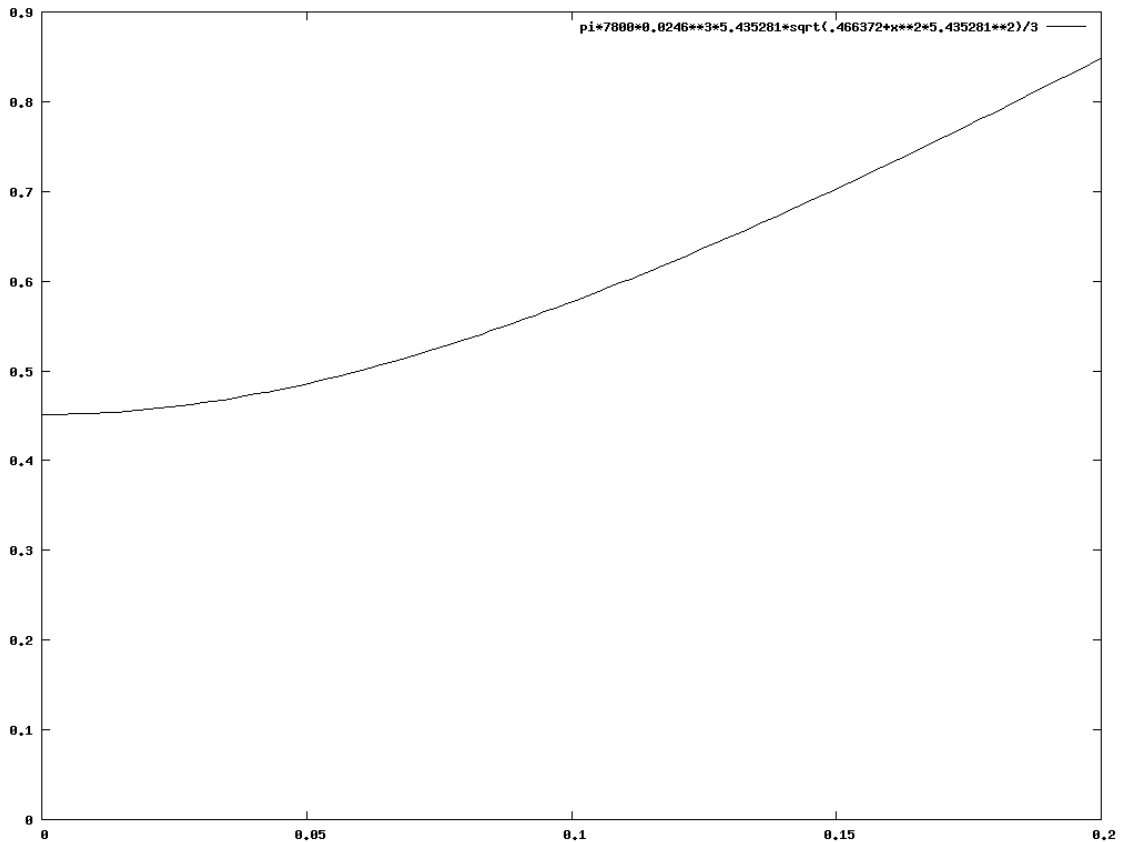
Dla szóstej krzywej wyliczę prędkość początkową ze wzoru wyprowadzonego z zasady zachowania energii, podstawiając wyżej podane dane oraz odległość podstawy równi od osi obrotu  $R_0 = 6\text{cm}$ :

$$v_6 = \sqrt{\frac{10}{7}gh - \frac{5}{7}(R_2^2 - R_0^2)\omega^2} = 0,466 \frac{m}{s}.$$

Poniżej znajduje się wykres zależności siły Coriolisa od  $r$  danej wzorem

$$2m\omega\sqrt{v_6^2 + r^2\omega^2}$$

przy odpowiednich wartościach  $v, \omega$  oraz masie  $m = \frac{1}{6}\pi\rho d^3$ , gdzie  $\rho = 7,8 \frac{g}{\text{cm}^3} = 60,8\text{g}$  jest gęstością stali. Osie wyskalowane są w jednostkach układu SI.



## Wnioski

Doświadczenie, choć interesujące z technicznego punktu widzenia, ma niewielką wartość poznawczą – de facto wyznaczana jest jedynie prędkość początkowa kulek. Siła Coriolisa jest zbyt słabym efektem, by móc mierzyć ją w prowizorycznych warunkach laboratoryjnych.

