

Paweł Laskoś

I rok fizyki ogólnej

poniedziałek, 10:30-12:45

14 marca 2005

prowadzący: dr Maria Błaszczyszyn

Ćwiczenie 23

Przewodnictwo cieplne izolatorów

Przyrządy pomiarowe:

- Śruba mikrometryczna – dokładność pomiaru $\Delta h = 0,01\text{mm}$, błąd zera $0,02\text{mm}$.
- Suwmiarka – dokładność pomiaru $\Delta l = 0,05\text{mm}$, brak błędu zera.
- 2 termometry elektroniczne PT-217 – dokładność pomiaru $\Delta T = 0,1^\circ\text{C}$.
- Stoper – dokładność pomiaru $\Delta t = 1\text{s}$.
- Zasilacz prądu stałego z woltomierzem (dokładność pomiaru $\Delta U = 0,1\text{V}$) oraz amperomierzem (dokładność pomiaru $\Delta I = 0,01\text{A}$).

Uwaga: Zaparafowany oryginał zapisów pomiarów – w załączniku.

Ustabilizowane wskazania termometrów po zanurzeniu sond w mieszaninie wody z lodem:

$$T_{L0} = 1,9^\circ\text{C} \quad T_{P0} = 2,0^\circ\text{C}$$

Pomiar śrubą mikrometryczną grubości krążków z zielonego tworzywa sztucznego: po trzy serie pomiarowe dla trzech różnych krążków. Każdy z pomiarów dał wynik $0,13\text{mm}$. Grubość krążków z uwzględnieniem błędu zera śruby: $h_p = 0,15\text{mm}$.

Pomiar śrubą mikrometryczną grubości krążków z aluminium: po trzy serie pomiarowe dla dwu różnych krążków. Każdy z pomiarów dał wynik $0,02\text{mm}$. Grubość krążków z uwzględnieniem błędu zera śruby: $h_a = 0,04\text{mm}$.

Pomiary suwmiarką średnic płytek (K_1, K_2 – oznaczenia zgodne z rysunkiem) – pięć serii pomiarowych:

d_1 [mm]	57,95	57,75	58,10	58,15	57,65
d_2 [mm]	59,15	59,20	59,15	59,10	59,10

Wskazania amperomierza i woltomierza w czasie przeprowadzania doświadczenia:

$$I = 0,76\text{A} \quad U = 13,2\text{V}$$

Wskazania termometrów w czasie przeprowadzania doświadczenia (T_L – wskazania termometru „lewego”, z sondą w płytce K_1 , T_P – „prawego”, z sondą w płytce K_2):

1. Pomiędzy płytkami znajduje się 1 plastikowy krążek.
2. Pomiędzy płytkami znajduje się „przekładaniec” plastik-Al-plastik-Al-plastik.
3. Pomiędzy płytkami znajdują się 3 plastikowe krążki.

	[°C]	po 10 min.	po 15 min.	po 20 min
1	T_L	14,6	15,6	16,3
1	T_P	9,0	10,1	10,8
2	T_L	22,2	22,9	23,2
2	T_P	10,9	11,3	11,7
3	T_L	21,8	21,9	21,9
3	T_P	12,1	12,1	12,2

Wyniki: $\kappa_1 = 0,1020(43) \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$, $\kappa_2 = 0,1739(72) \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$, $\kappa_3 = 0,1748(69) \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$.

Opis teoretyczny

Możemy wyróżnić trzy podstawowe sposoby transportu energii cieplnej – są to promieniowanie, konwekcja, oraz przewodnictwo. *Promieniowanie cieplne* wytwarza każde ciało o temperaturze większej od zera bezwzględnego. Największe znaczenie proces ten ma w odniesieniu do ciał znajdujących się w próżni, kiedy to inne sposoby wymiany ciepła są niemożliwe. *Konwekcja* zachodzi w ośrodkach płynnych, kiedy to cząstki płynu o wyższej energii przemieszczają się względem innych (np. wypływają na powierzchnię, z powodu zmniejszonej gęstości). Jako proces wiążący się z wirowymi przepływami płynu, jest trudna do opisu. *Przewodnictwo cieplne* zachodzi w każdym rodzaju materii, i oznacza liniowe przekazywanie energii pomiędzy sąsiadującymi cząstkami. Stałą materiałową opisującą zdolność danej substancji do przewodzenia ciepła jest przewodność cieplna, oznaczana literą κ . Substancje o $\kappa < 0,1 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ nazywane są izolatorami cieplnymi.

W metalicznych ciałach stałych przepływ ciepła odbywa się dzięki elektronom swobodnym, które również wpływają na ich dobrą przewodność elektryczną. W kryształach energia przekazywana jest przez drgania sieci krystalicznej. W ciałach o budowie amorficznej i nieregularnej przepływ cieplny jest utrudniony – te ciała są najlepszymi izolatorami cieplnymi (np. styropian, wełna mineralna). Nieprzypadkowo dobre przewodniki prądu zachowują tę własność również dla transferu ciepła – własności te związane są empirycznym prawem Wiedemanna-Franza

$$\frac{\kappa}{\sigma} = LT$$

gdzie σ to przewodność elektryczna, T to temperatura, zaś współczynnik proporcjonalności L nazywany jest liczbą Lorentza.

Prawo przewodnictwa cieplnego J. B. Fouriera wiąże stałą κ z wartościami mierzalnymi bezpośrednio w następujący sposób:

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} = -\kappa \Delta S \frac{dT}{dh}$$

gdzie Φ jest strumieniem cieplnym, czyli ilością dQ ciepła przepływającą w jednostce czasu dt przez element powierzchni ciała ΔS , zaś $\frac{dT}{dh}$ to gradient temperatury. Znak minus bierze się z faktu, iż de facto jest to równanie wektorowe, zaś przepływ ciepła odbywa się w kierunku przeciwnym do gradientu temperatury. Jeśli uznamy, że w porównaniu do pola powierzchni próbki jej grubość jest pomijalnie mała, to gradient zastąpić będzie można ilorazem różnicy temperatur i grubości próbki, zaś równanie uprości się do postaci (z dokładnością do znaku):

$$\Phi = \kappa \Delta S \frac{T_1 - T_2}{h}.$$

Jeśli źródłem ciepła dostarczanego do próbki będzie grzejnik elektryczny prądu stałego, to zgodnie z prawem Joule'a-Lenza

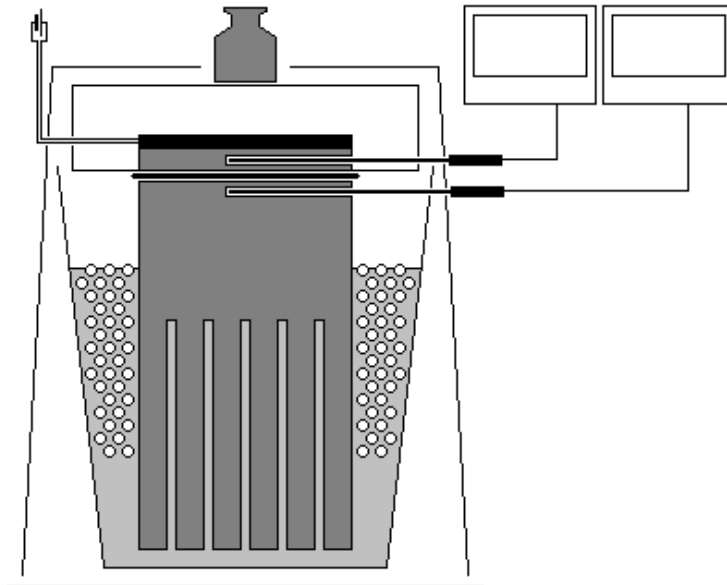
$$\Phi = \frac{dQ}{dt} = \frac{UI dt}{dt} = UI$$

gdzie U to napięcie, zaś I – prąd elektryczny, i ostatecznie otrzymamy zależność

$$\kappa = \frac{UIh}{\Delta S(T_1 - T_2)}.$$

Opis doświadczenia

Badaną próbkę umieszcza się między dwiema płytkami – jedną ogrzewaną przez grzejnik podłączony do zasilacza prądu stałego, i umieszczoną razem z grzejnikiem w izolacyjnej kasce, drugą zaś chłodzoną przez radiator ustawiony w naczyniu z mieszaniną wody z lodem. By zmniejszyć przesuwanie się płytek względem siebie, oraz zapewnić ich dobre przyleganie, są one dociśnięte ciężarkiem, zaś cały układ przykryty jest plastikową czaszą, by zmniejszyć wymianę ciepła z otoczeniem.



Po zmierzeniu grubości plastikowych i aluminiowych próbek oraz średnicy płytek K_1 i K_2 przygotowano mieszaninę wody z lodem. Po zanurzeniu w niej sond termometrów elektronicznych ich wskazania ustabilizowały się na wartościach podanych wyżej. W naczyniu z chłodziwem umieszczono radiator, na którym umieszczono badaną próbkę z plastiku, i przykryto płytką z grzejnikiem elektrycznym. Całość obciążono odważnikiem 0,5kg, przykryto plastikową pokrywą, i umieszczono sondy termometrów w nawierconych w płytkach otworach. Włączono zasilacz prądu stałego, uprzednio ustawiony na w/w wartości prądu i napięcia. Po zanotowaniu wskazań termometrów po upływie 10, 15 i 20 minut, wymieniono próbkę na „przekładaniec” plastikowo-glinowy. Po wykonaniu tych samych czynności ostatecznie pomiary przeprowadzono dla trzech warstw plastiku.

Opracowanie wyników pomiarów

Pole powierzchni próbki, które występuje we wzorze na κ oznacza w tym doświadczeniu pole powierzchni mniejszej z płytek K_1 i K_2 – próbki wystawały nieco poza ich obręb. Mniejszą średnicę ma płytka K_1 , zaś średnia wartość średnicy to $\bar{l} = 57,92\text{mm}$, a jej standardowa niepewność (obliczona metodą typu B) wynosi $u(l) = \frac{\Delta l}{\sqrt{3}} = \frac{0,05\text{mm}}{\sqrt{3}} = 0,029\text{mm}$.

Poniższa tabela przedstawia wartości temperatur płytek w trakcie przeprowadzania doświadczenia, po korekcji o wartości T_{L0}, T_{P0} , a także różnice temperatur T_{1-2} , by sprawdzić, czy były ustabilizowane w chwili przzerwania pomiarów:

	[°C]	po 10 min.	po 15 min.	po 20 min
1	T_1	12,7	13,7	14,4
1	T_2	7,0	8,1	8,8
1	T_{1-2}	5,7	5,6	5,6
2	T_1	20,3	21,0	21,3
2	T_2	8,9	9,3	9,7
2	T_{1-2}	11,4	11,7	11,6
3	T_1	19,9	20,0	20,0
3	T_2	10,1	10,1	10,2
3	T_{1-2}	9,8	9,9	9,8

Poniżej podano obliczenia wartości κ i $u_c(\kappa)$.

$$u(U) = \frac{0,1\text{V}}{\sqrt{3}} = 0,058\text{V} \quad u(I) = \frac{0,01\text{A}}{\sqrt{3}} = 0,0058\text{A}$$

$$u(h_p) = u(h_a) = \frac{0,01\text{mm}}{\sqrt{3}} = 0,0058\text{mm} \quad u(T_1) = u(T_2) = \frac{0,1^\circ\text{C}}{\sqrt{3}} = 0,058^\circ\text{C}$$

$$S = \frac{\pi}{4}l^2 = 2634,79\text{mm}^2 \quad u_c(S) = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial l}\right)^2} u^2(l) = \frac{\pi}{2}l \cdot u(l) = 2,64\text{mm}^2$$

$$\Phi = UI = 10,03\text{W}$$

$$u_c(\Phi) = \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial U}\right)^2 u^2(U) + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial I}\right)^2 u^2(I)} = \sqrt{(Iu(U))^2 + (Uu(I))^2} = 0,088\text{W}$$

$$\kappa_1 = \frac{\Phi h_p}{S(T_1 - T_2)} = \frac{10,03\text{W} \cdot 0,15\text{mm}}{2634,79\text{mm}^2 \cdot 5,6^\circ\text{C}} = 0,1020 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$\kappa_2 = \frac{\Phi(3h_p + 2h_a)}{S(T_1 - T_2)} = \frac{10,03\text{W} \cdot 0,53\text{mm}}{2634,79\text{mm}^2 \cdot 11,6^\circ\text{C}} = 0,1739 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$\kappa_3 = \frac{3h_p\Phi}{S(T_1 - T_2)} = \frac{10,03\text{W} \cdot 0,45\text{mm}}{2634,79\text{mm}^2 \cdot 9,8^\circ\text{C}} = 0,1748 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$$

$$u_c(\kappa_1) =$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial \Phi}\right)^2 u_c^2(\Phi) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial h_p}\right)^2 u^2(h_p) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial S}\right)^2 u_c^2(S) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial T_1}\right)^2 u^2(T_1) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial T_2}\right)^2 u^2(T_2)} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{u_c(\Phi)h_p}{S(T_1 - T_2)}\right)^2 + \left(\frac{\Phi u(h_p)}{S(T_1 - T_2)}\right)^2 + \left(\frac{\Phi h_p u_c(S)}{S^2(T_1 - T_2)}\right)^2 + \left(\frac{\Phi h_p u(T_1)}{S(T_1 - T_2)^2}\right)^2 + \left(\frac{\Phi h_p u(T_2)}{S(T_1 - T_2)^2}\right)^2} = \\ &= 0,0043 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}. \end{aligned}$$

$$H_2 = 3h_p + 2h_a = 0,53\text{mm}$$

$$u_c(H_2) = \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial h_p}\right)^2 u^2(h_p) + \left(\frac{\partial H}{\partial h_a}\right)^2 u^2(h_a)} = \sqrt{9u^2(h_p) + 4u^2(h_a)} = 0,021\text{mm}$$

$$u_c(\kappa_2) =$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial \Phi}\right)^2 u_c^2(\Phi) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial H_2}\right)^2 u_c^2(H_2) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial S}\right)^2 u_c^2(S) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial T_1}\right)^2 u^2(T_1) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial T_2}\right)^2 u^2(T_2)} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{u_c(\Phi)H_2}{S(T_1 - T_2)}\right)^2 + \left(\frac{\Phi u_c(H_2)}{S(T_1 - T_2)}\right)^2 + \left(\frac{\Phi H_2 u_c(S)}{S^2(T_1 - T_2)}\right)^2 + \left(\frac{\Phi H_2 u(T_1)}{S(T_1 - T_2)^2}\right)^2 + \left(\frac{\Phi H_2 u(T_2)}{S(T_1 - T_2)^2}\right)^2} = \\ &= 0,0072 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}. \end{aligned}$$

$$H_3 = 3h_p = 0,45\text{mm}$$

$$u_c(H_3) = \sqrt{\left(\frac{\partial H}{\partial h_p}\right)^2 u^2(h_p)} = 3u(h_p) = 0,017\text{mm}$$

$$u_c(\kappa_3) =$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial \Phi}\right)^2 u_c^2(\Phi) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial H_3}\right)^2 u_c^2(H_3) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial S}\right)^2 u_c^2(S) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial T_1}\right)^2 u^2(T_1) + \left(\frac{\partial \kappa_1}{\partial T_2}\right)^2 u^2(T_2)} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{u_c(\Phi)H_3}{S(T_1 - T_2)}\right)^2 + \left(\frac{\Phi u_c(H_3)}{S(T_1 - T_2)}\right)^2 + \left(\frac{\Phi H_3 u_c(S)}{S^2(T_1 - T_2)}\right)^2 + \left(\frac{\Phi H_3 u(T_1)}{S(T_1 - T_2)^2}\right)^2 + \left(\frac{\Phi H_3 u(T_2)}{S(T_1 - T_2)^2}\right)^2} = \\ &= 0,0069 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}. \end{aligned}$$

Wnioski

Niestety, otrzymane wyniki okazały się drastycznie rozbieżne z oczekiwaniami teoretycznymi. Spodziewane wartości powinny spełniać zależność

$$\kappa_1 \approx \kappa_3 > \kappa_2,$$

czyli: przewodność cieplna dla próbki jednej substancji powinna być niezależna od ilości warstw; zaś *superizolator* (techniczna nazwa „przekładańca” plastikowo-glinowego) powinien wykazywać znacznie mniejszą przewodność. Fakt ten jest uzasadniony teoretycznie następująco: choć aluminium jest dobrym przewodnikiem ciepła, to jego błyszcząca powierzchnia odbija promieniowanie, redukując przekaz energii cieplnej tym sposobem.

Wyniki doświadczenia nie wykazują żadnej zgodności z tym modelem. Wprawdzie $\kappa_2 < \kappa_3$, ale różnica między tymi wartościami ($0,00087 \frac{\text{W}}{\text{m}^\circ\text{C}}$) jest mniejsza od ich niepewności standardowych, zatem nieuprawnione jest wyciąganie z nich wniosków jakościowych. Ponadto znaczna jest rozbieżność między κ_1 i κ_3 .

Przyczyna takiego stanu rzeczy leży prawdopodobnie w metodzie pomiarowej. Trudno było zapewnić składanym próbkom dobry kontakt, mogło się pomiędzy nimi znajdować wilgotne powietrze. Para wodna kondensowała na wychłodzonych powierzchniach płytek i

próbek, zwilżając ich już i tak śliskie powierzchnie – niemożliwe było określenie, czy sąsiadujące próbki nie poprzesuwały się względem siebie i płytek. Wreszcie nie dało się określić, czy płytki umieszczone były koncentrycznie, co miało wpływ na powierzchnię efektywną S , która mogła być faktycznie inna w każdym pomiarze. Ponadto wątpliwą jakością mają pomiary wykonywane przy temperaturze płyty grzejnej rzędu temperatury otoczenia.

Należy również wspomnieć o wadach przyrządów pomiarowych – fakt, że błędy zera termometrów były zaskakująco duże, negatywnie świadczył o dokładności ich wskazań w ogóle.