Paweł Laskoś
I rok fizyki ogólnej
poniedziałek, 10:30-12:45

21 marca 2005
prowadzący: dr Maria Błaszczyszyn

Ćwiczenie 33
Wyznaczanie stosunku $\frac{C_p}{C_v}$

Przyrządy pomiarowe:

- Manometr elektroniczny, dokładność pomiaru $\Delta p = 0{,}1\,\mathrm{hPa}$.

Uwaga: zaparafowany oryginał zapisów pomiarów – w załączniku.

Tabela pomiarów [hPa]:

seria	p_1	p_2	seria	p_1	p_2	seria	p_1	p_2
1	20,0	9,9	11	8,1	2,5	21	7,0	3,2
2	19,4	8,3	12	17,9	7,3	22	17,0	7,9
3	18,9	7,3	13	8,5	2,2	23	11,0	4,8
4	18,5	8,8	14	10,0	3,7	24	9,0	3,0
5	10,5	5,1	15	12,0	5,1	25	16,0	7,2
6	5,1	1,4	16	13,5	5,7	26	12,5	7,6
7	13,1	5,5	17	6,0	1,4	27	7,5	3,4
8	5,5	1,6	18	14,0	6,5	28	9,5	4,0
9	16,4	5,7	19	6,5	2,8	29	11,5	5,0
10	17,4	7,3	20	15,0	6,2	30	14,5	7,1
						31	15,5	7,0

Wyniki: $\kappa = 1{,}78(11)$.

Opis teoretyczny

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki zmiana energii wewnętrznej U układu wyraża się wzorem

$$\Delta U = Q - W$$

gdzie Q to ciepło dostarczone układowi, zaś W to praca wykonana przez układ przeciw siłom zewnętrznym.

Jeśli uznamy, że układ stanowi pewna ilość gazu, to praca W wiąże się ze zmianami objętości V oraz ciśnienia p gazu. Można wywnioskować, że

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

dla zmiany objętości między V_1 a V_2.

Jeśli pominiemy objętość i wzajemne oddziaływanie cząstek gazu, tj. rozważymy próbkę (stałej ilości) gazu doskonałego, to prawdziwe jest równanie Clapeyrona

$$pV = nRT = NkT$$

wiążące ciśnienie, objętość, temperaturę T, ilość moli n czy cząsteczek N gazu ze stałymi fizycznymi k – Boltzmanna i R – gazową. Energia wewnętrzna gazu doskonałego zależna jest tylko od temperatury: $U = \frac{3}{2}NkT$.

Tempo zmian energii wewnętrznej gazu w zależności od temperatury charakteryzuje stała zwana molowym ciepłem właściwym. Ponieważ w zależności od charakteru przemiany tempo to jest różne, wyróżnia się jej wartość dla dwóch szczególnych przemian: izobarycznej (przy stałym ciśnieniu – C_p) i izochorycznej (przy stałej objętości – C_V). Z powyższych wzorów wywieść można zależność

$$C_p - C_V = R.$$

Stosunek $\kappa = \frac{C_p}{C_V}$ jest wielkością charakterystyczną dla danego gazu.

Wyróżniamy cztery szczególne przemiany gazowe, zwane izoparametrycznymi. Poniżej podano ich szczególne własności i wzory, które je opisują:

izotermiczna	$\Delta T = 0$	$pV = \text{const.}$
izobaryczna	$\Delta p = 0$	$\frac{V}{T} = \text{const.}$
izochoryczna	$\Delta V = 0$	$\frac{p}{T} = \text{const.}$
adiabatyczna	$Q = 0$	$pV^\kappa = \text{const.}$

Ponieważ $\kappa > 1$, to adiabata na wykresie $p(V)$ jest bardziej "stroma" niż hiperbola izotermy.

Opis doświadczenia

W doświadczeniu wyznacza się κ badanego gazu (powietrza) metodą Clémenta-Desormesa. Badany gaz poddaje się cyklicznym przemianom: sprężaniu izotermicznemu (od ciśnienia p_2 do p_1), rozprężaniu adiabatycznemu (od p_1 do p_3) i sprężaniu izochorycznemu (od p_3 do p_2). Zróżniczkowanie równań izotermy i adiabaty daje nam

$$\frac{dp}{p} + \kappa\frac{dV}{V} = 0 \quad \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = 0$$

Ponieważ różnice ciśnień i objętości między poszczególnymi stanami były w doświadczeniu niewielkie, możemy infinitezymalne przyrosty wartości zastąpić ich zmianami

$$\frac{\Delta p_a}{\Delta V} = -\kappa\frac{p}{V} \quad \frac{\Delta p_t}{\Delta V} = -\frac{p}{V}$$

i ostatecznie otrzymamy $\kappa = \frac{\Delta p_a}{\Delta p_t} = \frac{p_1 - p_3}{p_1 - p_2}$.

Układ pomiarowy stanowi zamknięta w przeszklonej skrzynce butla z powietrzem, do której można wpompowywać powietrze za pomocą pompki uruchamianej przyciskiem umieszczonym na ścianie czołowej skrzyni. Drugi przycisk otwiera zawór butli, by wyrównać ciśnienie w niej panujące z atmosferycznym. Ciśnienie w butli jest mierzone manometrem, którego elektroniczny wyświetlacz umieszczony jest na ścianie czołowej skrzynki.

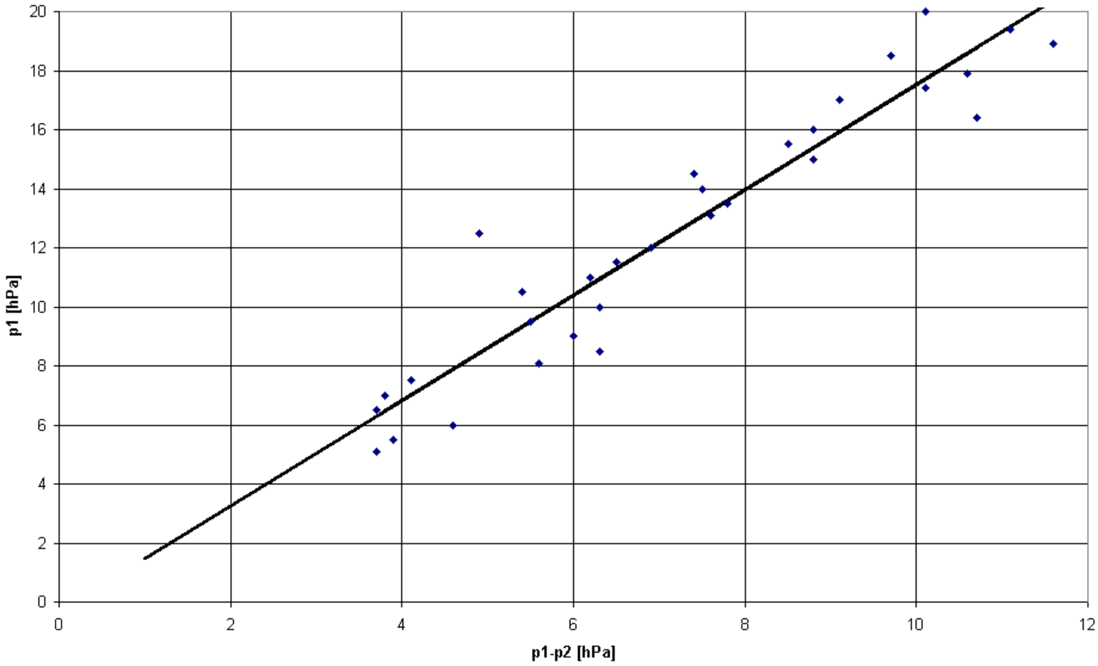
Do butli wpompowywano pewną ilość powietrza (sprężanie izotermiczne), notowano ustabilizowane wskazanie manometru (względem ciśnienia atmosferycznego), po czym na krótko otwierano zawór (rozprężanie adiabatyczne) i oczekiwano, aż ustabilizuje się wskazanie manometru (sprężanie izochoryczne), które notowano. Ponieważ p_3 to w tym przypadku ciśnienie atmosferyczne, a manometr wyskalowany jest względem niego, to ostateczny stosowany tu wzór to $\kappa = \frac{p_1}{p_1 - p_2}$.

Opracowanie wyników pomiarów

Zależność p_1 od $p_1 - p_2$ powinna być liniowa, zaś κ jest współczynnikiem kierunkowym prostej $p_1(p_1 - p_2)$. Do punktów wyznaczonych doświadczalnie dopasowano prostą $y = ax + b$, gdzie wyliczone zgodnie z instrukcją ONP współczynniki mają następujące wartości oraz niepewności:

$$a = 1{,}78 \quad b = -0{,}32$$
$$u(a) = 0{,}11 \quad u(b) = 0{,}81$$

Punkty doświadczalne oraz prostą regresji o powyższych współczynnikach odłożono na poniższym wykresie:



Wnioski

Otrzymana wartość różni się od tablicowej wartości κ dla powietrza (1,402). Podstawowe zastrzeżenia można mieć do metody pomiarowej. Wszystkie wyliczenia teoretyczne mówią o przemianach, w których udział bierze stała ilość gazu, tu zaś na przemian zostaje dopompowana lub wypuszczona pewna jego ilość. Pozostaje pytanie, w jakim stopniu dopompowanie powietrza symuluje izotermiczne sprężanie stałej jego ilości, zaś wypuszczenie – adiabatyczne rozprężanie. Ponadto sama koncepcja „otwierania zaworu na ułamek sekundy" jest chybiona jeśli chodzi o metodologię doświadczenia – w każdej serii pomiarowej czas otwarcia zaworu mógł być różny, co wpływało na wartość p_2 – de facto mogła być dowolną wartością z zakresu $[p_a, p_1]$ (od bardzo długiego do zerowego czasu otwarcia zaworu).

Osobnym faktem jest prawdopodobnie niska jakość manometru, którego wskazania chwilami wahały się w zakresach o szerokości nawet 0,3 hPa.