

## Ćwiczenie 65

### Wyznaczanie promienia krzywizny soczewki za pomocą pierścieni Newtona

#### 1 Przebieg doświadczenia

##### 1.1 Przyrządy pomiarowe

- Dwie śruby mikrometryczne, przymocowane do stolika mikroskopu – niepewność maksymalna  $\delta_l = 0,01\text{mm}$

##### 1.2 Wyniki pomiarów

$n$	$x_1[\text{mm}]$	$y_1[\text{mm}]$	$x_2[\text{mm}]$	$y_2[\text{mm}]$
11	26,73	15,18	16,89	4,82
12	26,94	15,24	16,68	4,63
13	27,12	15,38	16,45	4,43
14	27,32	15,60	16,22	4,20
15	27,54	15,84	16,02	4,07

Zaparafowany protokół pomiarów – w załączniku.

##### 1.3 Wyniki doświadczenia

Promień soczewki  $R = 3,857(46)[\text{m}]$ .

#### 2 Opis doświadczenia

##### 2.1 Opis teoretyczny

*Interferencją fal* nazywamy zjawisko nakładania się fal tego samego rodzaju w przestrzeni. *Interferencja konstruktywna* zachodzi, gdy w danym punkcie fale zgadzają się w fazie, zatem ich łączne wychylenie zwiększa się; *interferencja destruktywna* ma miejsce, gdy fale w danym punkcie są przesunięte w fazie tak, że mają przeciwne wychylenia – ich superpozycja jest mniejsza niż każda z nich. *Interferencja światła* wynika z falowej natury promieniowania.

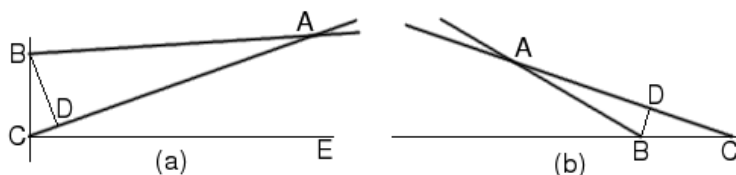
Jeśli złożymy dwie fale płaskie tego samego rodzaju, amplitudy  $A_0$  i długości  $\lambda$ , o

różnych przesunięciach fazowych  $\delta_1, \delta_2$ , otrzymamy wartość wychylenia

$$A = A_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \delta_1 \right] + A_0 \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \delta_2 \right] =$$

$$= 2A_0 \cos \frac{\delta_1 - \delta_2}{2} \sin \left[ 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \right]. \quad (1)$$

Amplituda otrzymanej fali płaskiej równa jest  $2A_0 \cos \frac{\delta_1 - \delta_2}{2}$ . Jeśli różnica faz jest całkowitą wielokrotnością  $2\pi$ , to otrzymujemy najwyższą wartość amplitudy –  $2A_0$ ; jeżeli zaś różnica faz jest nieparzystą wielokrotnością  $\pi$ , to amplituda wynosi 0. Pierwszy przypadek to interferencja konstruktywna, drugi zaś – destruktywna.



Jeśli obserwujemy z punktu  $A$  interferencję fal pochodzących z oddalonych od siebie o  $d$  źródeł  $B, C$ , i punkt  $A$  znajduje się blisko kierunku poprzecznego do osi łączącej źródła (rys. (a)), to możemy przyjąć, że

$$\Delta = CA - BA \approx CD = d \sin \alpha \quad (2)$$

gdzie  $\alpha = \angle DBC = \angle ACE$ . Różnica faz równa jest

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda} = 2\pi \frac{d \sin \alpha}{\lambda}. \quad (3)$$

Otrzymujemy stąd następujące warunki na maksima i minima interferencyjne:

$$\delta = 2\pi k \rightarrow \sin \alpha_{max} = \frac{k\pi}{d}, \quad (4)$$

$$\delta = (2k + 1)\pi \rightarrow \sin \alpha_{min} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2d}. \quad (5)$$

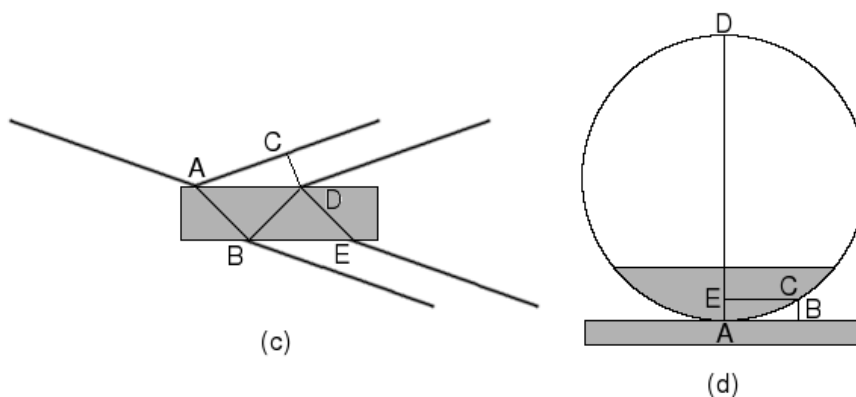
Jeśli jednak punkt obserwacji jest bliski osi łączącej źródła (rys. (b)), to

$$\Delta = CA - BA \approx CD = d \cos \beta \quad (6)$$

gdzie  $\beta = \angle BCD$ . Zatem maksima i minima wystąpią w następujących warunkach:

$$\cos \beta_{max} = \frac{k\pi}{d}, \quad (7)$$

$$\cos \beta_{min} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2d}. \quad (8)$$



Jeśli oświetlimy cienką płytkę płaskorównoległą pod małym kątem (rys. (c) – kąty przesadzone), promienie światła ulegają wielokrotnym odbiciom i załamaniom wewnątrz niej. Promień, który opuszcza płytkę w punkcie  $L$ , interferuje z promieniem, który przebył jeszcze dwukrotnie drogę między jej ściankami i wychodzi z niej po tej samej stronie w punkcie  $D$ . Możemy obliczyć różnicę dróg optycznych pomiędzy nimi:

$$\Delta = 2an - AC = 2an - AD \sin \alpha = \frac{2hn}{\cos \beta} - 2h \tan \beta \sin \alpha \quad (9)$$

gdzie  $n$  to współczynnik załamania materiału, z którego wykonana jest płytka,  $a = AB = BD = DE$ ,  $\alpha, \beta$  to kąty padania/odbicia promieni odpowiednio w powietrzu i wewnątrz płytki. Kolejne przekształcenia dają nam zależność

$$\Delta = \frac{2h}{\cos \beta} (n - \sin \alpha \sin \beta) = \frac{2hn}{\cos \beta} (1 - \sin^2 \beta) = 2hn \cos \beta, \quad (10)$$

w wyprowadzeniu której wykorzystano fakt, że  $\sin \alpha = n \sin \beta$ .

Tę samą różnicę dróg wyliczylibyśmy dla promieni wychodzących z drugiej strony płytki. Należy zauważyć, że w promieniu odbitym w  $A$  zaszedł skok fazy (gdyż odbił się od ośrodka o większym współczynniku załamania), zaś promień idący przez  $A, B, D$  fazy nie zmienił. Do różnicy dróg optycznych dodać należy zatem  $\frac{1}{2}\lambda$ .

Możemy stosować również nie płasko-równoległe, ale klinowe płytki. Za taką „płytkę” można również uważać warstewkę powietrza między soczewką a podłożem w układzie do obserwacji *pierścieni Newtona* (rys. (d)). Wiemy, że

$$EC^2 = AE \cdot ED, \quad (11)$$

przy czym  $EC = AB = r_k$ ,  $AE = BC = h$  i  $ED \approx AD = 2R$ . Ponadto wiemy, że (przy założeniu  $\cos \beta = 1$  i  $n = 1$ ) prążki ciemne powstają, gdy  $2h = k\lambda$ , zatem po podstawieniu otrzymujemy jawną zależność między promieniem soczewki, a promieniem  $k$ -tego ciemnego prążka:

$$R = \frac{a_k^2}{k\lambda}. \quad (12)$$

## 2.2 Opis układu doświadczalnego

Układ doświadczalny stanowi soczewka umieszczona pod mikroskopem optycznym, znajdująca się na stoliku mikroskopu, którego położenie w kierunkach  $x, y$  regulowane jest dwiema śrubami mikrometrycznymi. Do oświetlacza mikroskopu wprowadzana jest wiązka światła monochromatycznego  $\lambda = 589\text{nm}$  z lampy sodowej, włączonej do sieci poprzez dławik.

Za pomocą śrub mikrometrycznych ustawiono stolik tak, by krzyż okularu był styczny do prążków ( $k = 11, \dots, 15$ ) raz po lewej na dole ( $x_1, y_1$  w tabeli wyników), potem – po prawej na górze ( $x_2, y_2$ ). Za każdym razem przeprowadzono odczyt wskazań śrub. Ponadto za pomocą śruby sprawdzono grubość prążka, która wyniosła  $0,1\text{mm}$  – wartość tę przyjęto za niepewność maksymalną eksperymentatora.

## 3 Obliczenia

### 3.1 Opracowanie wyników

W tabeli wypisano wartości  $r_k$  i  $R$  dla kolejnych serii pomiarów.  $r_{k,x} = \frac{x_1 - x_2}{2}$ ,  $R_x$  oznaczają promienie wyznaczone z pomiarów w kierunku  $x$ ,  $r_{k,y} = \frac{y_1 - y_2}{2}$ ,  $R_y$  – w kierunku  $y$ . Korzystam tu z wzoru (12), przykładowe obliczenia (dla  $r_{11,x}$ ):

$$R_x = \frac{r_{11,x}^2}{11\lambda} = \left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right)^2 \frac{1}{11\lambda} = \frac{(26,73\text{mm} - 16,89\text{mm})^2}{44 \times 589\text{nm}} = 3736\text{mm}. \quad (13)$$

$k$	$r_{k,x}[\text{mm}]$	$R_x[\text{m}]$	$r_{k,y}[\text{mm}]$	$R_y[\text{m}]$
11	4,92	3,736	5,18	4,141
12	5,13	3,723	5,31	3,982
13	5,34	3,717	5,48	3,914
14	5,55	3,735	5,70	3,940
15	5,76	3,755	5,89	3,920

Średnia arytmetyczna po 10 wartościach  $R_{i,k}$  wynosi

$$\bar{R} = 3,857[\text{m}]. \quad (14)$$

### 3.2 Rachunek błędów

Niepewność pomiaru  $R$  obliczamy z wzoru (2) instrukcji ONP:

$$u(R) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum (R - \bar{R})^2} = 46[\text{mm}]. \quad (15)$$

Niepewność względna wynosi zatem

$$\frac{u(R)}{R} = \frac{46}{3875} \approx 1,2\%. \quad (16)$$

## 4 Wnioski

Względny błąd pomiaru na poziomie 1% wydaje się być dobrym wynikiem. Zastanawiające jest jedynie, czemu dla każdego  $k$  zaszło  $R_{k,x} < \bar{R} < R_{k,y}$  – może to być skutkiem deformacji soczewki lub innego elementu układu pomiarowego, np. oświetlacza mikroskopu.